

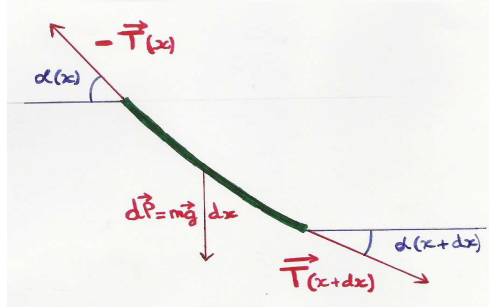
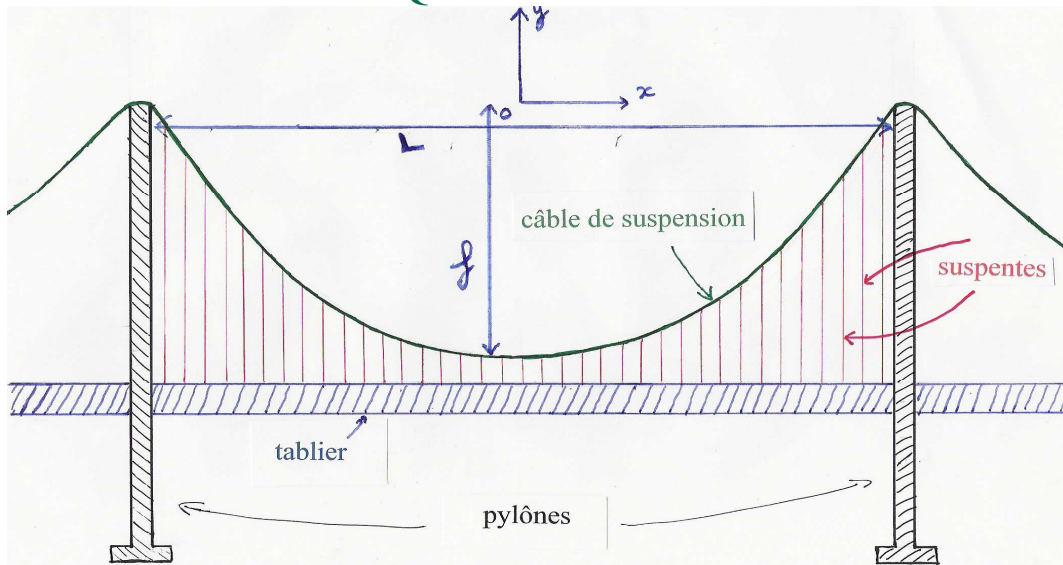
ETUDE VIBRATOIRE DES PONTS SUSPENDUS

PRESENTATION

- I) ETUDE D'UNE POUTRE SUSPENDUE
MODELE DU PONT
- II) ELEMENTS CARACTERISTIQUES D'UN PONT
 - 1) moment quadratique
 - 2) élasticité
 - 3) application numérique
- III) CRITIQUE DU MODELE
 - 1) section du tablier
 - 2) suspension
 - 3) extrémités du tablier



ETUDE STATIQUE



$$y(x) = f \left(\left(\frac{2x}{L} \right)^2 - 1 \right)$$

$$T_0 = T \cdot \cos(\alpha)$$

m: masse

linéique du tablier

poids des câbles << poids du tablier

$$Q_0 = \frac{T_0}{2} \sqrt{1 + 16 \frac{f^2}{L^2}}$$

$$Q_0 = \pi \sigma \frac{d_0^2}{4}$$

tension maximale:

(d_0 : diamètre minimal) (σ : limite de contrainte de rupture de l'acier)



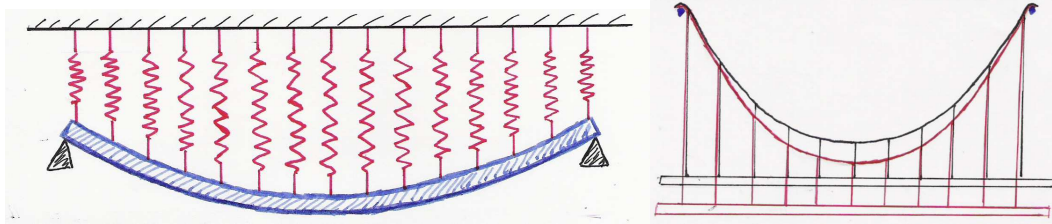
Application au pont de Humber (Angleterre):

$$d_0 = 0.39\text{m}$$

$$d(\text{réel}) = 0.68\text{m}$$

Coefficient de sécurité: $r = d(\text{réel})^2 / d_0^2 = 3.04$

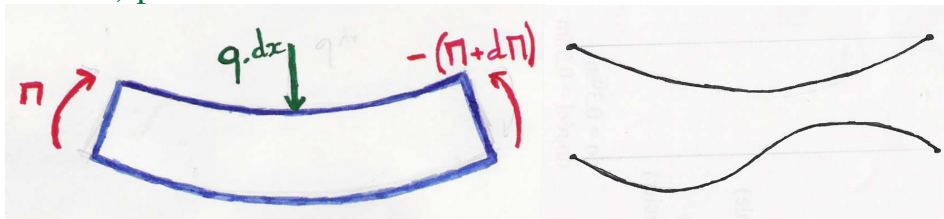
I) ETUDE D'UNE POUTRE SUSPENDUE



Poutre de longueur L, ayant une rigidité propre, en appui simple à ses extrémités

K: raideur linéique uniforme de la lame de ressorts

1) poutre seule



$$q(x) = -\frac{d^2 M}{dx^2}$$

q: charge linéique

E: module d'young

$$M(x) = -EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

M: moment de flexion

I: moment quadratique

$$F(x) = -q(x) = -EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4}$$

En l'absence de charge:

$$m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4}$$

2) En tenant compte de la raideur linéique K, l'équation devient:

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + Ky = 0$$

Les solutions sinusoïdales dans le temps sont: (n entier)

$$y(x, t) = \sin \frac{n \pi x}{L} \cos \omega_n t$$

$$\omega_n^2 = \frac{EI}{m} \left(\frac{n \pi}{L} \right)^4 + \frac{K}{m}$$

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{EI}{m} \left(\frac{n \pi}{L} \right)^4 + \frac{K}{m}}$$

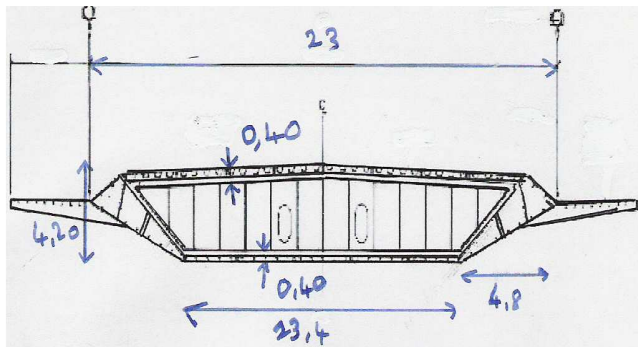
II) ELEMENTS CARACTERISTIQUES

1) moment quadratique

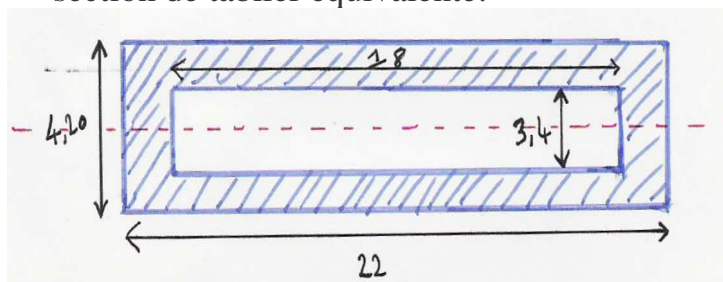


Formule du moment quadratique: $I = \iint y^2 \cdot dx dy$

Section réelle de tablier:



section de tablier équivalente:



Module d'Young: $E = 150 \text{ Gpa}$

$$\underline{I = 77 \text{ m}^4}$$

2) détermination de K, raideur uniforme



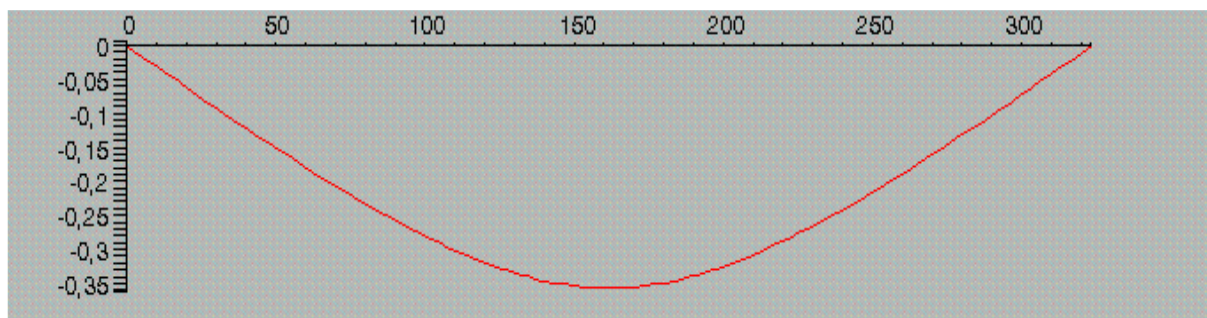
PROGRAMME MAPLE DE DETERMINATION DE LA RAIDEUR K

```
> restart;
> EI:=0.62*10^12: l:=161.5: d:=0.356: k:=9200:
s:=evalf((k/(4*EI))^(1/4));
s := 0.007804301460

> y:=x->B*sin(s*x)*cosh(s*x)+C*cos(s*x)*sinh(s*x);
assign(solve({y(l)=-d,D(y)(l)=0},{B,C})); evalf(B); evalf(C);
y := x -> B sin(s x) cosh(s x) + C cos(s x) sinh(s x)
-1.223979490
-270.4426627

> evalf(EI*D(D(D(y)))(l));
4.083201018 105

> evalf(EI*D(D(D(y)))(0));
87260.29959
```

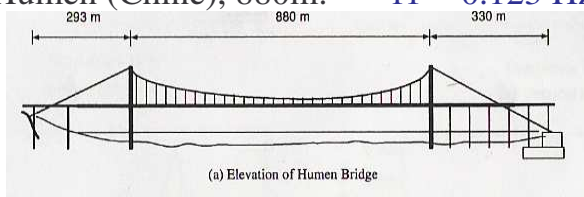


3) applications numériques

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{EI}{m} \left(\frac{n\pi}{L} \right)^4 + \frac{K}{m}}$$

Pont de l'île d'Orléans (Québec), 323m: $f_1 = 0.249 \text{ Hz}$ $f(\text{exp.}) = 0.293 \text{ Hz}$

Pont Humen (Chine), 880m: $f_1 = 0.123 \text{ Hz}$ $f(\text{exp.}) = 0.172 \text{ Hz}$



Pont Severn (Angleterre), 988m: $f_1 = 0.124 \text{ Hz}$ $f(\text{exp.}) = 0.143 \text{ Hz}$



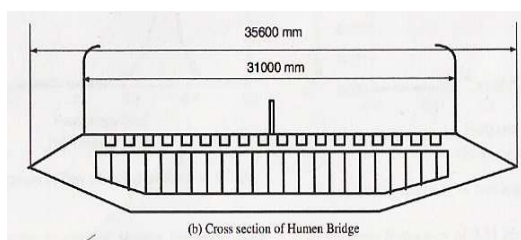
Pont Humber (Angleterre), 1410m: $f_1 = 0.117 \text{ Hz}$ $f(\text{exp.}) = 0.100 \text{ Hz}$

Pont Great Belt (Danemark), 1624m: $f_1 = 0.110 \text{ Hz}$ $f(\text{exp.}) = 0.099 \text{ Hz}$



III) CRITIQUE DU MODELE

1) modèle de tablier



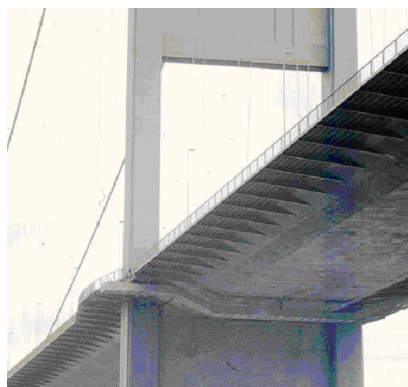
Structure du tablier à priori complexe puisque de section non uniforme et constitué de plusieurs matériaux.

2) suspension



L'hypothèse de l'uniformité de la raideur de la suspension n'est pas justifiée.

3) conditions aux extrémités du tablier



Le tablier n'est pas seulement en appui simple à ses extrémités puisque la partie extérieure du tablier ainsi que le pylône exercent un moment.